

RLC-Schwingkreis 2020 kHz

Die Jahreszahl 2020 bringt mich auf die Idee, einen Hochfrequenz(HF-)Kreis aus Spule und Kondensator aufzubauen, der mit der Frequenz von genau 2020 kHz schwingt. Eine geeignete Spule ist schnell gefunden. Sie hat $N = 21$ Windungen, die auf ein zylindrisches Kunststoffrohr mit dem Durchmesser $D_K = 3,22$ cm gewickelt sind, mit einer Anzapfung bei der 6. Windung. Die Wicklungslänge beträgt $l = 3,1$ cm. Aus diesen Daten berechnet¹ sich die Induktivität zu $L = 10 \mu\text{H}$. Gemessen wurde $L = 11,0 \pm 0,6 \mu\text{H}$. Geht man vom Wert $L = 10 \mu\text{H}$ für die Induktivität der Spule aus, sollte sich die Frequenz $f = 2020$ kHz bei einer Kondensator-Kapazität von etwa $C = 620$ pF einstellen. Deshalb benutzen wir als Kondensator einen Doppel-Drehkondensator (2×350 pF) mit Luft als Dielektrikum, dessen Plattenpakete parallel geschaltet werden. Auf diese Weise lässt sich die Kapazität zwischen etwa 40 pF und 670 pF variieren und so die Resonanzfrequenz einstellen.

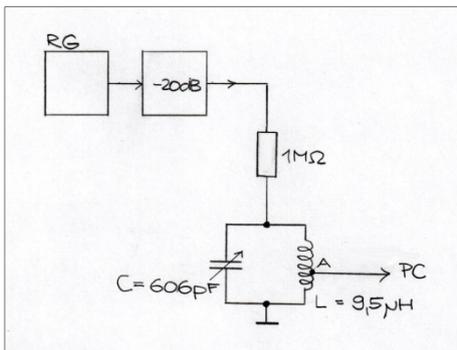


Abbildung 1 Stromlaufplan. RG Rauschgenerator. A Anzapfung der Spule (6. Windung vom unteren Ende aus gezählt).

Die HF-Eigenschaften des Schwingkreises aus den beiden genannten Bauteilen untersuchen wir in der Schaltung, die in Abbildung 1 dargestellt ist. Spule und Kondensator sind zu einem Parallelkreis zusammengefügt und über einen Widerstand von 1 MΩ an einen Rauschgenerator angeschlossen.

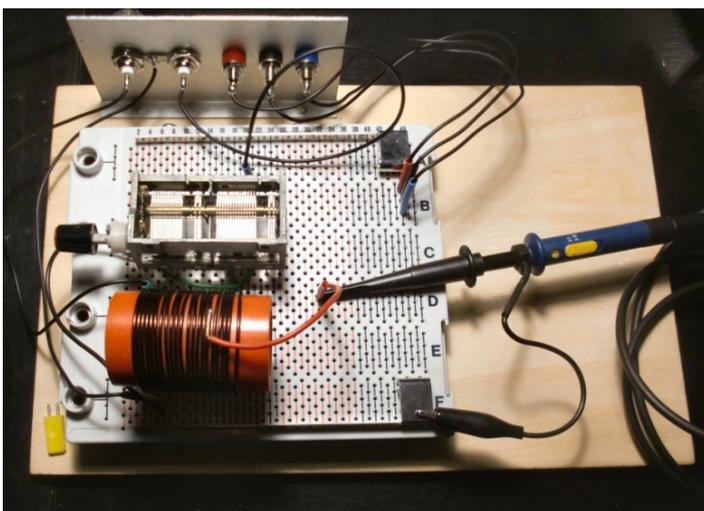


Abbildung 2 Messaufbau. Die Anzapfung an der Spule (Cu-Lackdraht auf rotem Troidur-Zylinder) ist mit dem Tastkopf des USB-Oszilloskops verbunden

Die Anzapfung A der Spule (6. Windung, gerechnet vom unteren Ende der Spule aus) ist mit dem Eingang eines *USB-Oszilloskops*² verbunden. Die Schaltung ist auf einer Experimentierplatine (Hirschmann *XPI01*) aufgebaut, Abbildung 2 zeigt ein Foto der Anordnung. Das bei A anliegende Signal wird im Analog-Digitalwandler des *USB-Oszilloskops* digitalisiert und in dem nachgeschalteten *PC* mit Hilfe einer *FFT-Routine* spektral zerlegt. Zur Darstellung des Spektrums dient der Bildschirm des Computers.

Der Rauschgenerator³ liefert weißes Rauschen mit einer rms-Amplitude von etwa 2 V. Dieser Pegel wird in einem 50 Ω -Dämpfungsglied um – 20 dB abgeschwächt, das heißt, die Spannung auf 0,2 V(rms) reduziert. Das so abgeschwächte Rauschsignal wird dem Schwingkreis zugeführt. Da der vorgeschaltete 1 M Ω -Widerstand groß ist gegenüber dem Wechselstromwiderstand des Kreises (auch bei Resonanz), fließt nahezu unabhängig von der Frequenz immer derselbe Strom in den Kreis hinein. In der Umgebung der Resonanzfrequenz wird der Schwingkreiswiderstand groß, so dass dann wegen des konstanten Stroms auch der Spannungsabfall über Spule und Kondensator groß ist. In diesem Fall ist auch der Spannungsabfall zwischen Anzapfungspunkt A und Masse groß. Daher hat das Spektrum bei der Resonanzfrequenz einen Peak, dessen Form dem Verlauf der Resonanzkurve entspricht.

Zur Abstimmung auf 2020 kHz variiert man die Kapazität des Drehkondensators und beobachtet dabei die Lage des Resonanzpeaks im Spektrum. Nach einiger Übung lässt sich dieser an die Stelle bringen, die der Jahreszahl entspricht. Das Ergebnis zeigt Abbildung 3. Der Peak erhebt sich über einem nahezu horizontalen Rauschuntergrund und hat die Idealform einer Lorentzkurve.

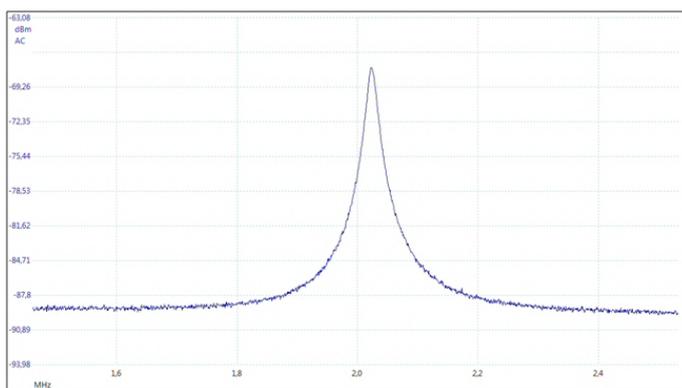


Abbildung 3 Resonanzkurve des RLC-Kreises, abgestimmt auf 2020 kHz.

Für den auf 2020 kHz abgestimmten Kreis misst man als Gesamtkapazität der beiden Plattenpakete $C = 606$ pF. Schätzt man die Schaltungskapazität des Aufbaus zu $C_S = 20$ pF und rechnet mit dem Wert $L = 10$ μ H für die Induktivität der Spule, sollte die Resonanzfrequenz nach der Thomsonschen Formel etwa

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{10 \cdot 10^{-6} \cdot (606 + 20) \cdot 10^{-12}}} \text{ Hz} = 2,01 \text{ MHz}$$

betragen. Das heißt, die Berechnung¹ von L ist offenbar nicht völlig falsch.

Die Breite der Resonanzkurve (Abstand der Flanken 3 dB unterhalb des Maximums) beträgt 18 kHz. Daraus ergibt sich ein Gütefaktor von

$$Q = \frac{2020 \text{ kHz}}{18 \text{ kHz}} = 112 .$$

Das ist kein schlechter Wert für einen *RLC*-Kreis.

Anmerkungen

¹ Die Induktivität einer langgestreckten Zylinderspule (N Windungen, Radius des Zylinders r , Querschnittsfläche des Zylinders $A = \pi r^2$, Länge der Wicklung l) lässt sich in eine Reihe entwickeln (Wikipedia, Stichwort *Induktivität*). Mit der Abkürzung $w = r/l$ lautet die Entwicklung

$$L = \mu_0 \frac{A}{l} N^2 \left[1 - \frac{8w}{3\pi} + \frac{w^2}{2} - \frac{w^4}{4} + \frac{5w^6}{16} - \frac{35w^8}{64} + \dots \right].$$

Sie gilt für den Fall $w \ll 1$, also $r \ll l$. Im vorliegenden Fall ($N = 21$, $r = 1,61$ cm, $l = 3,1$ cm) ist $w = 0,52$ und damit in keiner Weise klein gegen Eins. Ich benutze sie trotzdem und erhalte

$$\begin{aligned} L &= 15,80 \mu\text{H} \cdot [1 - 0,44084 + 0,13487 - 0,01819 + 0,00613 - 0,00290 + \dots] \\ &= 10,73 \mu\text{H} . \end{aligned}$$

Der Wert des letzten Reihenglieds ist $15,80 \mu\text{H} \cdot 0,00290 = 0,04672 \mu\text{H}$, von dieser Größenordnung dürfte der Fehler des berechneten Wertes sein.

Eine andere Formel für L wurde 1928 zum ersten Mal von *Wheeler* angegeben. Sie beruht zum Teil auf empirischen Daten und ist seitdem mehrmals verbessert worden. Die zurzeit gehandelte Version ist in einem Computer-Programm mit Namen *Coil32* implementiert, das von *Weaver* veröffentlicht wurde (<http://electronbunker.ca/eb/Home.html>). *Weaver* schildert auf seiner Website auch die Geschichte der Formel. *Coil32* enthält alle „historischen“ Korrekturen der Rechenvorschrift und zusätzlich einen nach *Roza* benannten Algorithmus, der den kreisförmigen Querschnitt realer Drähte berücksichtigt („round wire corrections“). Dazu müssen die Daten der Spule genau eingegeben werden – in unserem Fall: Durchmesser des Wickelkörpers $D_K = 32,2$ mm, Drahtdurchmesser $d = 1,25$ mm, Drahtdurchmesser mit Isolierung $k = 1,31$ mm, Steigung der Wicklung $p = 1,47$ mm (damit folgt $l = 21 \cdot 1,47$ mm = 30,9 mm) und Anzahl der Windungen $N = 21$. Das Programm liefert dann $L = 10,06 \mu\text{H}$.

Die beiden berechneten Werte für L stimmen recht gut mit Messungen überein, bei denen die Spule als Induktivität eines Serienschwingkreises dient: Aus der Resonanzfrequenz des Kreises und der Kapazität des Kondensators folgte $L = 11,0 \pm 0,6 \mu\text{H}$.

² *PicoScope 2208B* der Firma Pico Technology (100 MHz)

³ Rauschgeneratormodul *BC-005*, Funkamateurladen (Online) Shop